UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR PARA A APROPRIAÇÃO DAS ISOMETRIAS

Un enfoque interdisciplinario para la apropiación de isometrías
An interdisciplinary approach to the appropriation of isometries

Maria Elisabete Amaral*, Isabel Cabrita**

* Escola Secundária de Emídio Navarro – Portugal; ** Universidade de Aveiro - Portugal

Correspondencia:
Mail: elis.bete@gmail.com; icabrita@ua.pt

Recibido: 24/04/2016; Aceptado: 19/09/2016

DOI: https://doi.org/10.17398/0213-9529.36.1.109

Resumo

Este trabalho faz parte de um estudo de caso qualitativo que visou analisar a influência de uma abordagem interdisciplinar, envolvendo a Matemática e a Educação Visual, mediada por um *software* de geometria dinâmica, o GeoGebra, no desenvolvimento de competências geométricas relacionadas com as isometrias e as simetrias, em alunos do 8º ano de escolaridade. Os alunos construíram frisos e rosáceas na disciplina de Educação Visual que foram, posteriormente, analisados em Matemática. Tentou-se fomentar um ambiente em sala de aula que permitisse uma aprendizagem ativa, recorrendo ao GeoGebra. Os dados foram recolhidos através das técnicas de inquirição, observação direta participante e recolha documental. A análise de conteúdo a que foram submetidos permitiu concluir que uma abordagem interdisciplinar do tema potencia uma apropriação mais sólida dos conceitos, contribuindo também para o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática, e à geometria em particular. Pode concluir-se também que ADGD`s (ambientes dinâmicos de geometria dinâmica) propiciam ambientes para comunicar matematicamente, nomeadamente ao nível das interações entre os alunos e entre o professor e os alunos.

Palavras chave: Educação Visual; Interdisciplinaridade; Isometrias; Matemática; Software de geometria dinâmica.

Abstract

This research aims to explore and analyse the qualitative case study of an interdisciplinary approach and its influence on geometry skills, relating it to isometries and symmetries in students in 8th grade, in Mathematics and Visual Education discipline, mediated by dynamic mathematics software, GeoGebra. Students had to build friezes and rosettes in Visual Education discipline to be analysed in Mathematics later. There was an attempt to create an environment in the classroom which could allow a more active learning using GeoGebra. In this study data were collected through inquiry techniques, participant observation and documental analysis. Data were submitted to content analysis and it was concluded that an interdisciplinary approach of the topic may help students to have a better conceptual understanding, contributing to the development of positive attitudes towards mathematics and particularly geometry. Furthermore, this study also suggests that DGE's (dynamic geometry environments) provide environments for students to develop a mathematical communication, namely, promoting a positive relationship between them and between the teacher and students.

Keywords: Visual Education discipline; Interdisciplinarity; Isometries; Mathematics; Dynamic geometry software.

Resumen

Este trabajo es parte de un estudio de caso cualitativo que pretendió analizar la influencia de un enfoque interdisciplinar, que combina Matemáticas y Educación Visual, mediada por un software de geometría dinámica, GeoGebra, en el desarrollo de las habilidades geométricas relacionadas con las isometrías y simetrías en los estudiantes de octavo año. Los estudiantes construyeron frisos y rosetas en la asignatura de Educación Visual que fueron, después, analizados en la asignatura de Matemáticas. Se fomentó un ambiente en el aula que permitiera el aprendizaje activo, utilizando el GeoGebra. Los datos fueron recogidos mediante técnicas de encuesta, observación directa y participante y análisis documental. El análisis de contenido permite concluir que un enfoque interdisciplinar del tema mejora la adquisición de los conceptos, contribuye al desarrollo de actitudes positivas hacia las Matemáticas y hacia la Geometría en particular. Se puede concluir también que los entornos dinámicos de geometría dinámica, proporcionan oportunidades para comunicase matemáticamente, particularmente en lo que se refiere a las interacciones entre alumnos y entre profesores y alumnos.

Palabras clave: Educación Visual; Interdisciplinariedad; Isometrías; Matemática; Software de geometría dinámica.

Introdução

A globalização e o desenvolvimento tecnológico têm gerado grandes mudanças na sociedade. Vivemos num mundo em constante transformação e novas competências são exigidas ao indivíduo, nomeadamente, avaliar novas situações, integrar conhecimentos em diferentes contextos e encontrar soluções inovadoras (Gontijo, 2007).

Cabe à escola, enquanto instituição, promover aprendizagens de forma integradora, envolvendo a mobilização de competências das várias áreas disciplinares e capacitar os jovens para uma vida profissional e social cada vez mais exigente. A diversidade social e cultural dos alunos que frequentam a escola requer do professor a capacidade de adotar uma prática multifacetada e reflexiva (Nunes, 2014). O processo educativo não deve restringir-se a metodologias que enfatizem a memorização e a resolução de tarefas rotineiras fechadas nas próprias disciplinas. Deve promover uma sólida educação em ambientes nos quais o aluno é agente ativo no processo de aprendizagem, sustentado na realização de tarefas significativas, desafiantes e contextualizadas (Morelatti, 2001).

Assim, o professor tem novos desafios e responsabilidades acrescidas como gestor do currículo, na medida em que é ele quem decide as metodologias de ensino e de aprendizagem, o tipo de tarefas que os alunos vão realizar, a sua sequência, a sua duração, bem como os recursos mais adequados à sua resolução.

A partir da segunda metade do século XX, verifica-se que o desenvolvimento das diferentes áreas científicas depende da relação recíproca entre elas e da transferência de conceitos, problemas e métodos. A escola, lugar privilegiado de aprendizagem, produção e (re) construção de conhecimento, deverá acompanhar a evolução da ciência contemporânea (Thiesen,2008), e é neste contexto que a interdisciplinaridade faz sentido (Fazenda, 2011; Fortes, 2009; Thiesen, 2008).

Na última década, a pesquisa em educação matemática tem apontado a necessidade de promover a aprendizagem, e tem procurado formas mais eficientes para que as gerações vindouras de alunos tenham acesso ao conhecimento matemático (Menezes, Oliveira & Canavarro, 2013). Um dos temas que se tem revelado mais desafiador ao nível da sua abordagem é a Geometria e, dentro dela, o tópico das transformações geométricas. No caso de Portugal, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007) introduziu alterações relevantes do ponto de vista matemático, didático e curricular, destacando-se, em particular, o estudo das isometrias e simetrias. Embora, com a implementação do programa de Matemática em 2013, especialmente o estudo das rosáceas e dos frisos percam algum do seu protagonismo, ambos enfatizam o uso de *software* de geometria dinâmica no seu estudo.

Neste contexto, desenvolveu-se um estudo com o objetivo de analisar a influência de uma abordagem interdisciplinar das isometrias, mediada por um *software* de geometria dinâmica, envolvendo Matemática e Educação Visual, na construção e aplicação de conceitos geométricos envolvidos, bem como numa visão mais positiva da geometria (Amaral, 2015).

Interdisciplinaridade e conceitos afins

O conhecimento que o professor tem dos programas da sua área disciplinar, da variedade de materiais que pode utilizar no seu ensino e das vantagens e desvantagens do seu uso na sala de aula caracteriza, segundo Shulman (1986), o conhecimento do currículo. Para Canavarro (2003), este conhecimento integra também o conhecimento que favorece a articulação dos conteúdos matemáticos, a consideração das mais recentes recomendações metodológicas, das finalidades e objetivos mais relevantes e das mais adequadas práticas sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos. Para esta articulação se tornar eficiente, a autora considera que o professor precisa de conhecer o teor dos programas, de os interpretar e de os adaptar ao contexto onde exerce a sua profissão docente.

No entanto, este conhecimento e prática não se podem fechar numa disciplina. O processo educativo será tão mais rico quão mais e melhor integrar e mobilizar vários olhares disciplinares sobre um mesmo tema, não só numa perspetiva multidisciplinar mas numa verdadeira lógica interdisciplinar.

Pombo, Guimarães e Levy (1993) enumeram duas razões para o recurso à interdisciplinaridade no seio do meio escolar que se prendem com a necessidade de se combater a fragmentação do conhecimento e a rutura entre a tecnociência e o cidadão comum. Também Klein (2010) identifica quatro eixos principais impulsionadores da interdisciplinaridade: a complexidade inerente da natureza e da sociedade; o desejo de explorar problemas e questões que não se limitam a uma área do conhecimento; a necessidade de resolver problemas sociais e o poder das novas tecnologias.

Atualmente, já não é possível encontrar respostas e soluções para os problemas de forma isolada e, ainda que se encontrem, a discussão não fica restrita a apenas uma área do conhecimento. Esta forma de entender e enfrentar os problemas instiga a que se reflita, designadamente, sobre o papel da escola e é neste contexto que se pode inserir a interdisciplinaridade na prática de ensino e de aprendizagem.

Interdisciplinaridade faz parte de uma longa família de palavras que têm como raiz comum a palavra *disciplina* (Pombo *et al.,* 1993). Tal raiz comum pode ter, pelo menos, três grandes significados: como ramo do saber, como componente curricular, como conjunto de normas ou leis que regulam uma determinada atividade ou comportamento de um determinado grupo. Podemos afirmar que qualquer uma das palavras, pluridisciplinaridade, multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade trata de algo que está relacionada com disciplina (Pombo *et al*., 1993; Roldão, 2000).

No âmbito deste trabalho, considerou-se disciplina como componente curricular. Neste contexto, disciplina é uma maneira de organizar, de delimitar, de representar uma seleção de conteúdos a explorar em função de objetivos definidos, com o apoio de um conjunto de procedimentos didáticos para o seu ensino, aprendizagem e avaliação (Morin, 2003/1999). As disciplinas impõem e refletem, assim, uma determinada forma de pensar e agir. Quanto mais familiarizado estiver um indivíduo com determinada teoria e com o seu modo de pensar e atuar, mais difícil lhe será adotar uma teoria rival que implique uma maneira diferente de ser e de estar (Torres, 1998).

O caráter disciplinar do ensino formal dificulta a aprendizagem do aluno, não estimula o desenvolvimento da inteligência e da resolução de problemas, nem o estabelecimento de conexões entre factos e conceitos (Morin, 2003/1999). Ainda segundo este autor, a fragmentação do ensino só servirá para isolar os objetos do seu meio e as partes de um todo. A educação deve romper com essa atomização para evidenciar as correlações entre os saberes, a complexidade da vida e dos problemas que hoje existem. Caso contrário, será sempre ineficiente e insuficiente para os indivíduos do futuro.

Do ponto de vista etimológico, pode não fazer sentido distinguir entre *pluri* (vários*)* e *multi* (muitos). Talvez por isso, muito frequentemente, o conceito de multidisciplinaridade é dado como equivalente ao de pluridisciplinaridade (Klein, 2010; Lavaqui & Batista, 2007; Pombo *et al*., 1993; Spelt, Biemans, Tobi, Luning, & Mulder, 2009). No entanto, alguns autores consideram que tais prefixos se distinguem, considerando que o primeiro remete para uma lógica aditiva e o segundo para uma maior implicação das disciplinas. Assim, a ideia é a de que as palavras pluridisciplinaridade, multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, todas da mesma família, devem ser pensadas num *continuum* que vai da adição à coordenação, à combinação e desta à fusão (figura 1). Se se juntar a esta continuidade um *crescendum* de intensidade, poder-se-á ir do paralelismo *pluridisciplinar* ao perspetivismo e convergência *interdisciplinar* e, desta, ao holismo e unificação *transdisciplinar* (Pombo *et al*., 1993).

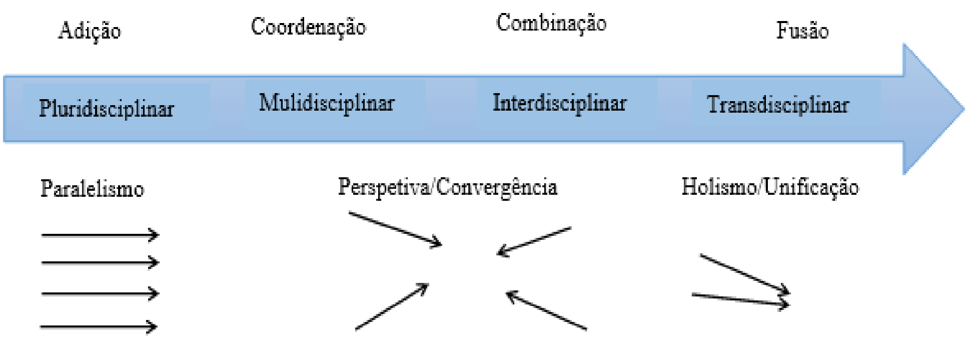


Figura 1. Síntese da proposta terminológica para pluridisciplinaridade, multidisciplinaridade, Interdisciplinaridade e transdisciplinaridade (adaptado de Pombo et al., 1993)

A palavra interdisciplinaridade, que surgiu na literatura educacional apenas na primeira metade do século passado (Garcia, 2012; Pombo *et al*, 1993), é usada indiscriminadamente em muitos contextos (ensino, investigação, exercício profissional, novos meios de comunicação, congressos ou seminários) sem um significado comum aceite pela comunidade de professores e pesquisadores (Paviani, 2008; Pombo *et al*., 1993; Zaman & Goschin, 2010).

Segundo Japiassu (1976), a interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa. Para Palmade (1979), deve entender-se por interdisciplinaridade a integração interna e conceptual que rompe a estrutura de cada disciplina para construir uma axiomática nova e comum a todas elas, com o fim de dar uma visão unitária de um sector do saber. Boix Mansilla, Miller e Gardner (2000) propuseram como definição a capacidade de integrar conhecimentos e modos de pensar em duas ou mais disciplinas ou áreas do conhecimento, estabelecida para produzir um avanço cognitivo, tal como explicar um fenómeno, resolver um problema ou criar um produto de uma forma que teria sido impossível ou improvável através de meios disciplinares individuais. Para Paviani (2008), a interdisciplinaridade é vista como uma teoria epistemológica ou como uma proposta metodológica de ação pedagógica ou de investigação científica, podendo constituir-se como sintoma ou como solução para a fragmentação excessiva do conhecimento. Reis (2009) considera a interdisciplinaridade como um exercício da recuperação da ideia de unicidade do conhecimento humano que, com o avanço da ciência, se foi especializando de tal forma que as partes parecem não estar ligadas ao todo.

Perspetiva integradora da interdisciplinaridade

Apesar de não se saber ao certo o que identifica as práticas interdisciplinares, qual a fronteira exata a partir da qual uma determinada experiência pode ser identificada como interdisciplinar e não multidisciplinar, Spelt *et al*. (2009) referem que, ao contrário da pluri ou multidisciplinaridade, que são aditivas, com maior ou menor grau de coordenação, a interdisciplinaridade é integrativa: o conhecimento das diferentes disciplinas é evidenciado e muda pela integração. Esta integração ou síntese é vista como a caraterística que define a interdisciplinaridade (Pombo *et al*., 1993; Serenato, 2008; Spelt *et al*.,2009).

Assim, a interdisciplinaridade tem inspirado importantes transformações no contexto escolar, denunciando a fragmentação do currículo e a necessidade de transformar a natureza dos processos de aprendizagem (Garcia, 2012). Não é uma nova proposta pedagógica, surge na escola como uma "aspiração" emergente no seio dos próprios professores (Pombo *et al*., 1993). São os professores que, por iniciativa própria, realizam experiências de ensino que visam alguma integração dos saberes disciplinares e implicam algum tipo de trabalho de colaboração entre duas ou mais disciplinas. Fazem-no sem modelos, sem qualquer tipo de apoio (ib,id.). A propósito, Reis (2009) considera que a interdisciplinaridade na escola é uma proposta bastante difícil para qualquer professor trabalhar considerando que a sua formação inicial é realizada de forma compartimentada, abstrata e distante da realidade.

Para Spelt *et al*. (2009), o processo de aprendizagem interdisciplinar caracteriza-se pela integração de conhecimentos multidisciplinares para a abordagem de um mesmo tema ou foco central. Tal abordagem interdisciplinar mobiliza, designadamente, metodologias, ferramentas de interpretação e a linguagem específica de várias disciplinas (Gadotti, 2004), permitindo aos alunos adquirir perspetivas integradas e estratégias diversificadas para a resolução de situações em vez de um conhecimento específico derivado de uma única disciplina, fechado sobre si mesmo e, muitas vezes, inerte (Thiesen, 2008). Na mesma linha de pensamento, Zaman e Goschin (2010) consideram que a interdisciplinaridade emerge do processo de combinar e integrar duas ou mais disciplinas, bem como as suas metodologias e premissas. Trata-se de cruzar fronteiras tradicionais entre as disciplinas e misturar as suas técnicas na busca de um objetivo comum.

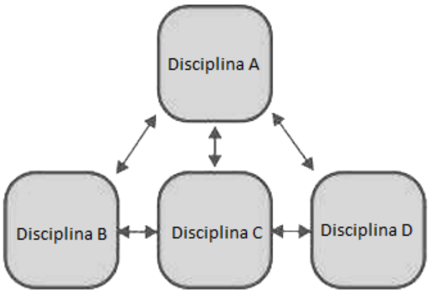


Figura 2. Interdisciplinaridade envolvendo colaboração, cooperação e diálogo entre as disciplinas (adaptado de Serenato, 2008)

A prática deste conceito exige, portanto, uma reorganização do processo de ensino e aprendizagem e exige, também, um trabalho continuado de colaboração entre os professores envolvidos.

Para Serenato (2008), na interdisciplinaridade, as relações ocorrem em dois níveis, com influências recíprocas, conduzindo a colaboração e/ou cooperação entre as diversas disciplinas a uma interação, um diálogo que caminha para uma estruturação de conceitos, englobando todo o conhecimento envolvido numa síntese (Figura 2).

De acordo com esta abordagem ter-se-ão, inicialmente, olhares diferentes sobre um mesmo objeto, que se vão fundindo, resultando em diferentes e novas apropriações no modo de ver esse objeto.

Para consolidar e ampliar um conceito matemático, é importante que o aluno o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos. Assim, não se deve trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do quotidiano do aluno. Também se deve proporcionar o contato com formas diferenciadas de entender o conceito.

Neste estudo, considera-se que a abordagem interdisciplinar foi realizada na ótica de Serenato (2008) e Zaman e Goschin (2010) e a relação Matemática e Educação Visual foi integradora no sentido em que a investigadora explicitou à docente de Educação Visual o que pretendia que os alunos realizassem, a qual confirmou ser exequível de acordo com o consignado nas orientações curriculares para aquela disciplina implicando, no entanto, alterações à sua planificação inicial e diferente abordagem. Assim, a docente de Educação Visual, de acordo com as ferramentas utilizadas nesta disciplina, proporcionou a realização de um trabalho envolvendo conceitos subjacentes à Matemática sobre isometrias e simetrias. Desta interação, resultou um trabalho realizado pelos alunos que foi, posteriormente, explorado na aula de Matemática por recurso ao software GeoGebra e que serviu de base para o estudo desenvolvido.

As mudanças introduzidas a Educação Visual, só por si, instigam a que a docente saísse da sua zona de conforto e tivesse de revisitar as orientações curriculares e reinventar uma verdadeira praxis, inovadora. Isso contribui, certamente, para o seu próprio desenvolvimento profissional. Do ponto de vista dos alunos, as atividades realizadas podem contribuir para melhorar a aprendizagem. A mobilização de competências matemáticas em Educação Visual pode concorrer quer para um mais sólido desenvolvimento das mesmas, quer para o desenvolvimento de competências de expressão e comunicação visual, transversais e/ou específicas, e de uma forma motivadora, pela novidade. Em particular, os alunos podem desenvolver a criatividade e a capacidade de expressão visual. A primeira, quando desenvolvem uma ideia original e atenta a pormenores, ao estabelecer novas relações, e a organizam noutras bases, desenvolvendo a fluência e a flexibilidade. A segunda, quando utilizam, intencionalmente, o(s) novo(s) conhecimento(s) e o(s) aplica(m) em novos elementos visuais, enriquecendo a sua expressão. Tudo isto contribui para apreciarem e valorizarem ambas as áreas, questionarem alguns mitos que prevalecem, principalmente associados à matemática, e para desenvolverem confiança nas suas capacidades, dimensões fundamentais para a educação global do indivíduo.

O processo de ensino e aprendizagem das isometrías

Educar para esta sociedade significa dominar e transcender os recursos tecnológicos, desenvolver a capacidade de questionar, de analisar criticamente e tomar decisões, de desenvolver competências para enfrentar situações inesperadas, permitindo ao indivíduo, harmonizar os conteúdos aprendidos na escola com a cultura de um mundo globalizado (Morelatti, 2001). É um facto inegável de que o uso das tecnologias informáticas alterou significativamente a forma de vida do indivíduo a nível pessoal, profissional e familiar (Sousa, 2003).

Sendo a Matemática usada de forma crescente e extensível a qualquer setor da sociedade, a escola não pode deixar de a abordar de forma adequada, devendo promover uma relação positiva com a disciplina, e a confiança dos alunos nas suas capacidades pessoais de trabalhar com ela (Ponte *et al.*, 2007).

A Geometria tem sido considerada, em Portugal, um parente pobre da Álgebra Linear devido ao pouco interesse para o prosseguimento de estudos (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999) e a escola não lhe tem dado a devida relevância (Abrantes, 2001; Cabrita, Coelho, Vieira, Malta, Vizinho, Almeida, Gaspar, Pinheiro, Pinheiro, Nunes, Sousa & Amaral, 2009; NCTM, 2007). Tem-se dado pouco espaço à ação dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa, & Oliveira, 2011), no entanto, a Geometria tem vindo a afirmar-se como um dos temas principais do currículo da Matemática, permitindo que os alunos aprendam a raciocinar e a compreender a estrutura axiomática da Matemática (NCTM, 2007). Breda *et al.* (2011) referem que *"a Geometria contribui com um vocabulário geométrico que se vai adquirindo, mas, a par disso, espera-se que os alunos desenvolvam a sua capacidade de compreensão dos conceitos e suas relações, da análise da informação, de resolução de problemas, de comunicação, mas também de abstração e generalização e de compreender e elaborar argumentações."* (p.15).

No ensino e na aprendizagem da Geometria, as transformações geométricas desempenham um papel importante e o seu estudo justifica-se, por um lado, pela relevância que têm tido na história da Matemática recente e, por outro, porque constituem um campo rico de conexões e um instrumento para demonstrar e, de uma maneira geral, para raciocinar sobre o plano e o espaço (Bastos, 2007).

As ferramentas informáticas, particularmente os *softwares* de geometria dinâmica, têm contribuído para o desenvolvimento do sentido geométrico, e portanto poderão desempenhar um papel fundamental na aprendizagem das isometrias (Laborde, 2000). Os ambientes dinâmicos de geometria dinâmica, ADGD´s, dão a possibilidade ao aluno de contactar com múltiplas representações, permitem-lhe que trabalhe em níveis mais elevados de generalização ou abstração, sendo a sua utilização recomendada por diversos autores (Breda *et al.*, 2011; Laborde, 2000; NCTM, 2007; Ponte *et al.*, 2007; Veloso, 2012). Subjacente à utilização das tecnologias na sala de aula, nomeadamente do computador, está um paradigma de construção do conhecimento que Papert (1997) denominou de construcionista. Quando o aluno constrói um objeto do seu interesse, como uma obra de arte, um relato de experiência ou um programa de computador, constrói algo para o qual está bastante motivado e, como defende Valente (1997), o envolvimento afetivo torna a aprendizagem mais significativa.

Na interatividade do aluno com o computador, é este que assume o comando do processo de construção do seu conhecimento, tendo o professor um papel de facilitador e mediador de aprendizagens, respeitando o estilo e o ritmo de cada um (Papert, 1997). Em ambientes informatizados, as pedagogias tradicionais deixam de ter espaço para dar lugar a pedagogias construtivistas, através do construcionismo (Júnior, 2002). Nesta perspetiva pode-se entender o construcionismo de Papert como uma extensão do construtivismo, no sentido em que o conhecimento não deve ser transmitido, ou transferido, pronto para outra pessoa (Ribeiro, 2005). O desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais.

Entende-se, portanto, a importância do uso de ferramentas tecnológicas na construção do conhecimento do aluno, pois estas vão permitir que o aluno pesquise, questione e aplique o que está a aprender, ao invés de memorizar conteúdos. O conhecimento é, assim, (co) construído pelo aluno, fruto de experimentação e pesquisa, podendo ser induzido por intermédio do estímulo à dúvida e não pelo fornecimento de respostas, por parte do professor.

Em ADGD´s, os alunos convivem com o rigor e o pormenor de imagens dinâmicas, construções visualmente muito ricas e fortes, favorecendo a compreensão dos conceitos e de relações geométricas, o que conduz a uma evolução do conhecimento geométrico. Devem por isso ser utilizadas para construir, observar analisar e relacionar figuras geométricas e operar com elas (Breda *et al.,* 2011; Cabrita, 2003; Coelho, 2013; Gaspar, 2013; Laborde, 2000; Neto, 2009;). Os alunos devem, desde cedo, desenvolver a capacidade de visualização através da utilização de tecnologias que permitem interagir com os objetos geométricos, bi e tridimensionais, no sentido de os rodar, ampliar, reduzir ou deformar (NCTM, 2007). A análise de alterações e invariantes nas propriedades de um objeto, potenciada por um ADGD, contribui para o desenvolvimento da visualização apelando à imaginação e raciocínio (Breda *et al.*, 2011; Cabrita, 2003; Neto, 2009).

Se por um lado ADGD´s fomentam a interação entre os alunos e entre o aluno e o professor, por outro, permite ao professor alargar o leque das atividades a propor em sala de aula, e apoiar os alunos no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, propiciando o desenvolvimento da comunicação matemática com uma linguagem progressivamente mais rigorosa, bem como o desenvolvimento social dos alunos (Ribeiro, 2005).

Num ambiente de aprendizagem ativa e cooperativa, os alunos deixam de ter uma atitude passiva e passam a ser figuras centrais no processo de aprendizagem (Freitas & Freitas, 2003). A partir das atividades propostas, o aluno terá de mobilizar uma série de competências para além daquelas que têm a ver com os saberes programáticos, como a comunicação, a cooperação e o trabalho em equipa (Scheibel, Silveira, Resende & Júnior, 2009). Também no caso da Matemática, defende-se que, por intermédio de atividades significativas, integradoras e socializadoras, se promovem aprendizagens que lhes sejam significativas e úteis do ponto de vista prático, formativo, cultural e de cidadania (Ponte *et al.*, 2007).

Neste estudo foi utilizado o *software* GeoGebra por reunir num mesmo ambiente álgebra, geometria e cálculo, podendo fazer apresentações simultâneas de representações de diferentes objetos que interagem entre si, o que faz deste software um excelente recurso didático metodológico (Berger, 2012; Hohenwarter, 2013). Para além disso é intuitivo e de distribuição gratuita.

Método

A opção por um método deve fazer-se em função da natureza do problema a estudar (Pacheco & Pereira, 2005; Serrano, 1994).

Assim, de acordo com os objetivos pretendidos, optou-se por uma investigação de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen,1994), subordinada a um paradigma descritivo e interpretativo, e um *design* de estudo de caso múltiplo (Ponte, 2006; Yin, 2005/1984).

Num modelo de investigação qualitativa, os dados recolhidos são ricos em fenómenos descritivos (Bogdan & Biklen,1994), sendo o objetivo de uma investigação dessa natureza perceber os fenómenos na íntegra e no contexto em que ocorrem (Coutinho, 2011). O investigador qualitativo deve compreender, de forma aprofundada, o que os sujeitos pensam, o que implica que o investigador passe períodos de tempo alargados com os sujeitos, no seu contexto natural, propondo questões de natureza aberta e garantindo os registos das suas respostas. Para a obtenção e análise dos dados utiliza, de preferência, técnicas de observação, cujo objetivo é recolher os dados no meio natural em que ocorrem, sendo a sua participação ativa (Coutinho, 2011).

Na perspetiva desta *abordagem* qualitativa, a presente investigação orientou-se por um *design* de estudo de caso, *design este* que tem vindo a ser cada vez mais utilizado no campo da investigação em educação (Ponte, 2003, 2006) por oferecer inúmeras possibilidades de estudo, compreensão e melhoria das realidades social e profissional (Serrano, 1994).

Para Ponte (2003), o estudo de caso utiliza-se para compreender melhor a particularidade de uma dada situação ou um fenómeno em estudo e a sua escolha no campo educativo tem como intuito explicar, descrever, explorar e compreender em profundidade contextos de ensino e de aprendizagem (Bodgan *et al.*, 1994; Yin, 2005/1984); foca-se numa unidade particular, necessariamente inserida num determinado contexto (Ponte, 2003; Serrano, 1994) e sobre a qual há pretensão de responder a questões do tipo *"como"* ou *"porquê"*, nos aspetos que interessam ao investigador (Ponte, 2003; Yin, 2005/1984).

O estudo desenvolveu-se numa turma mista de 14 alunos do 8º ano de escolaridade, ao longo de 10 sessões, constituindo três pares de alunos os *casos* em estudo. Estes pares foram escolhidos atendendo à forma de execução e exploração das tarefas e à facilidade em comunicar ideias, quer na forma escrita quer oral. No âmbito deste artigo, a análise foca-se no par P5, constituído pelo Alexandre e Diogo (nomes fictícios), por terem evidenciado maior capacidade de comunicação (em) matemática.

A professora/investigadora (P/I) teve uma participação ativa, dado que planeou (em colaboração com a orientadora do trabalho e a colega de Educação Visual) e conduziu todos os acontecimentos decorrentes do estudo.

As técnicas de recolha de dados foram a observação direta, a inquirição e a análise documental. Na tentativa de retratar, o mais completamente possível, as situações e as experiências dos alunos, usaram-se diversos instrumentos: questionário inicial e questionário final (anexo), teste aplicado antes e após a sequência didática (anexo), diário de bordo e produções dos alunos (ver Figura 3).

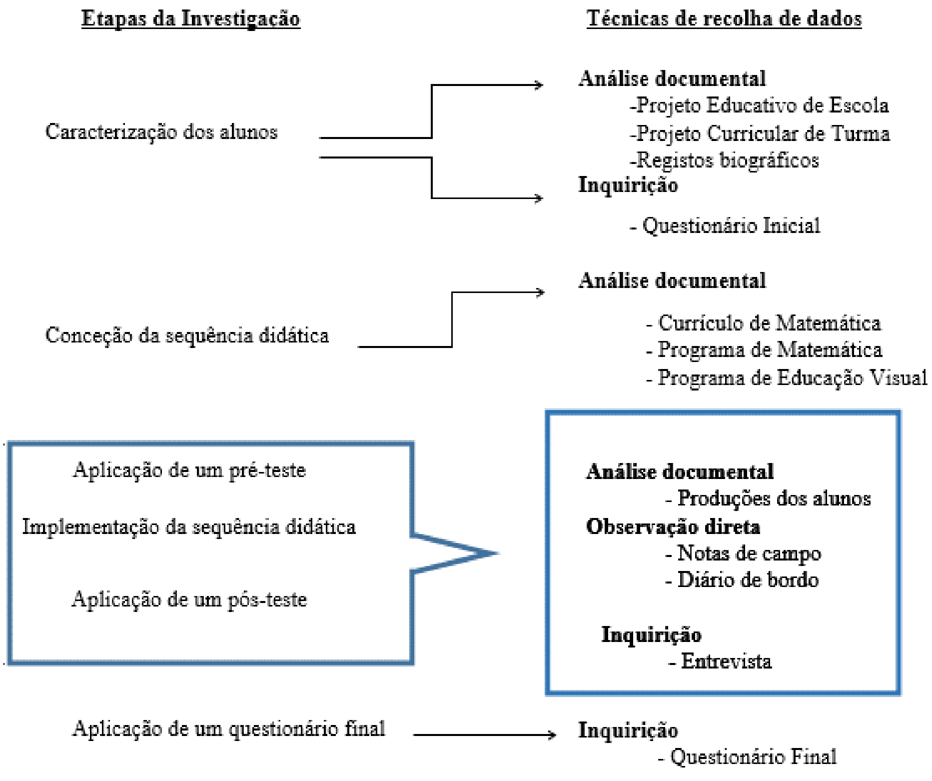


Figura 3. Esquema de investigação

Os alunos da turma envolvida no estudo não participavam, por iniciativa própria, em competições ao nível de escola ou a nível nacional. Quando a professora/investigadora informou que pretendia levar a cabo um estudo sobre isometrias e que seriam os principais intervenientes, os alunos ficaram apreensivos. A reação imediata foi perguntar se outros alunos iriam ter acesso ao que iam executar. A professora/investigadora explicou como se iria processar o estudo, etapa a etapa, e que iria envolver a disciplina de Educação Visual. Findas as explicações, os alunos aceitaram de bom grado o desafio.

Num primeiro momento, os alunos responderam, individualmente, a um questionário inicial, na sala de aula, com o qual se pretendia recolher dados sobre os seus gostos relativamente à Matemática, e à Geometria em particular, e sobre a articulação de conteúdos entre Matemática e Educação Visual.

De seguida, foi resolvido, individualmente, um teste inicial. Pretendia-se, num primeiro momento, analisar os conhecimentos que os alunos detinham sobre o tema, ainda que construídos para além do contexto formal. A realização do teste inicial permitiu analisar a evolução do desempenho dos alunos por comparação com o teste final. Numa fase posterior e ao longo de dez sessões de cerca de 90 minutos cada (ver Figura 4):

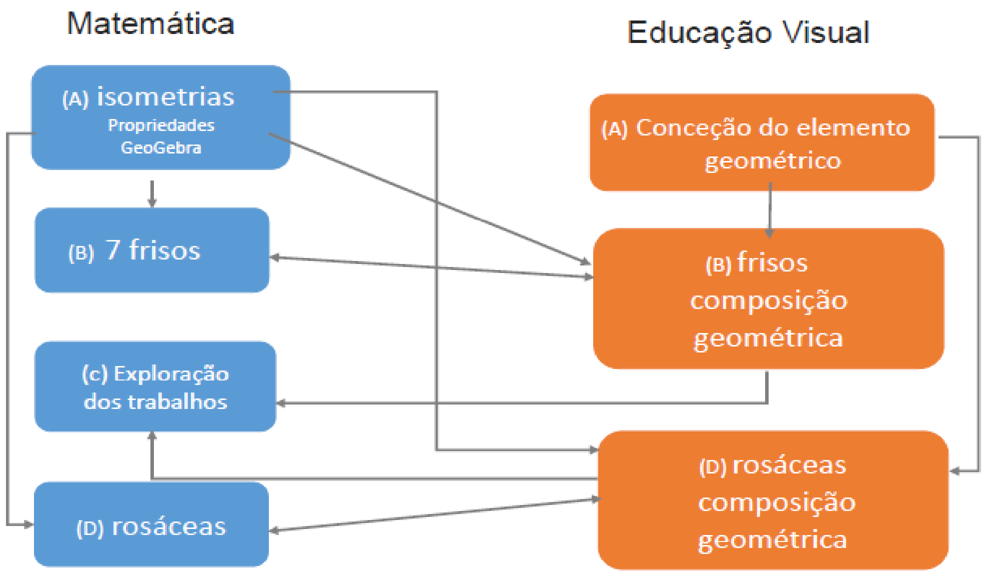


Figura 4. Esquema da sequência didática

(A) Os alunos, a par, exploraram em Matemática as propriedades das isometrias com recurso ao GeoGebra. Em Educação Visual, sempre recorrendo a instrumentos de desenho, os alunos procederam, individualmente, à conceção do elemento geométrico que foi repetido na construção dos frisos e das rosáceas;

(B) Finalizadas as tarefas de exploração em Matemática, foram analisados os 7 tipos de frisos e os 2 tipos de rosáceas, cíclicas e diedrais. Em Educação Visual, os alunos procederam à construção de 3 frisos diferentes;

(C) Os frisos construídos pelos alunos foram digitalizados e explorados, em Matemática, com recurso ao GeoGebra e foi solicitado aos alunos que identificassem processos diferentes de construção dos frisos;

(D) Em Educação Visual, os alunos construíram 3 rosáceas diferentes que foram, posteriormente digitalizadas e exploradas em Matemática com recurso ao GeoGebra. E, tal como para os frisos, foi solicitado que identificassem diferentes processos de construção das rosáceas (Amaral, 2015).

Num terceiro momento, foi aplicado um questionário final para aferir a perceção dos alunos quanto à abordagem interdisciplinar do tópico “isometrias” no que refere à aquisição de conhecimentos, comunicar matematicamente e ter uma visão mais positiva da Matemática.

Resultados

Os dados recolhidos foram sujeitos a análise de conteúdo, subordinada a categorias de análise. No que respeita a competências geométricas, respeitaram: a) conhecimento e capacidades relacionadas com isometrias e simetrias e b) atitudes sobre a geometria e a matemática em geral.

Conhecimento e capacidades sobre isometrias e simetrias

Ao longo da implementação da sequência didática, enquanto os alunos realizavam as tarefas, a Professora/Investigadora, P/I, circulou pela sala dando orientações necessárias para o desenvolvimento das atividades e foi formulando questões para averiguar se os conceitos estavam a ser devidamente apreendidos.

As primeiras tarefas envolviam a efetiva exploração pelos alunos das propriedades das isometrias: translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante. O par P5 não revelou dificuldade na execução das tarefas mas, apesar de ter conseguido traçar o vetor para a exploração das propriedades na translação, solicitou a presença da P/I para se certificar da sua correção e, assim, poder prosseguir com mais segurança. Este par ouvia atentamente as explicações e orientações da P/I pelo que, na maioria das vezes, foi autónomo (DB, 12-04-2012).

Os alunos verificaram que, quando "*se aumenta o comprimento do vetor, as figuras afastam-se e, quando se diminui, as figuras começam a ficar em cima da outra*" e que "*os pontos do transformado estão todos à mesma distância da figura inicial e que é igual ao tamanho do vetor*". A P/I solicitou aos alunos que mostrassem, na construção, a última afirmação. O par P5 foi o único par que revelou entender a questão (DB, 12-04-2012):

P5: Pode chegar aqui 'Stora'?

P/I: Qual é a vossa ideia?

P5: Medir o comprimento entre os pontos e ver que é igual ao comprimento do vetor.

No que respeita à rotação, após efetuarem a construção solicitada na tarefa, a P/I questionou o par (DB, 12-04-2012):

P/I: Quantos pontos fixos encontraram para a rotação?

P5: Um! O centro. Só esse é que não muda de lugar.

P/I: Não estou a perceber!…

P5: O centro é o próprio transformado.

Nas tarefas sobre reflexão e reflexão deslizante, a turma apresentou algumas dúvidas quanto ao significado de "orientação dos ângulos" e o par P5 prontamente esclareceu (DB, 16-04-2012):

P5: Acho que sabemos 'stora'.

P/I: Qual é a vossa ideia?

P5: Não é o sentido do ângulo que muda? Sentido positivo para o negativo?

P/I: Muito Bem. É isso mesmo!

Quanto à tarefa sobre a Composição de duas reflexões, de eixos paralelos (caso1) e de eixos concorrentes (caso 2), o par não teve dificuldade nos procedimentos.

Por vezes, o Diogo levantava-se para ver o que outros pares obtinham e comentava com o Alexandre. A P/I não interferiu neste processo. Relativamente ao caso 1 e à relação entre os eixos e o vetor, o par facilmente concluiu que o vetor que define a translação tem de medida de comprimento o dobro da distância entre os eixos. Para descobrir que a composição de duas reflexões de eixos concorrentes (caso 2) corresponde a uma rotação cuja medida da amplitude do ângulo é o dobro da medida do ângulo entre os eixos de reflexão, o par manipulou os eixos de reflexão ao invés de proceder a nova construção como outros pares. Adotou os procedimentos efetuados para o caso anterior, efetuou as medições respetivas e confirmou a conjetura. Tendo terminado a tarefa, o par conversava entre si, apontando para as figuras que tinham obtido e verificavam o que tinham escrito na ficha de trabalho (DB, 19-04-2012):

P/I: Passa-se alguma coisa?

P5: É por causa das cores…

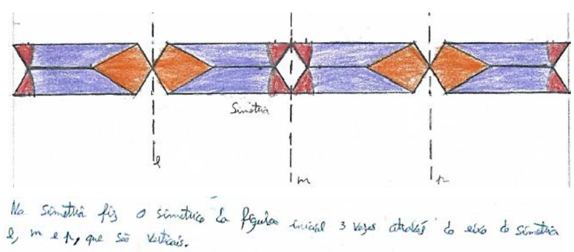
P5: As cores aqui não mudam de posição… (aponta para o ecrã)

P/I: Pois não…

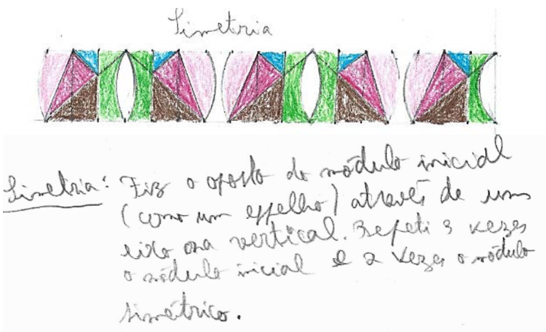
P5: Então a orientação dos ângulos também não mudou… se é uma rotação…

É de salientar que por vezes o par recorria à folha algébrica para analisar ou comparar as construções realizadas (no que respeita às coordenadas dos pontos) com os restantes grupos. A P/I não interferiu nas interações entre grupos, apenas se certificava dos raciocínios do par, e se as propriedades estavam de facto a ser apreendidas corretamente.

Quanto aos frisos construídos pelo par em Educação Visual (Figura 5) e posteriormente analisados, verifica-se que identificou a reflexão como estando associada à simetria de uma figura mas cometeu erros de linguagem que têm subjacentes diferentes conceções sobre simetria e isometrias nas disciplinas de Matemática e de Educação Visual



(A)



(D)

Figura 5. Frisos construídos pelo Alexandre (A) e pelo Digo (D) em Educação Visual

Na aula de Matemática, o par ainda analisou o friso que se segue (Figura 6), tendo a P/I inquirido (DB, 09-05-2012):

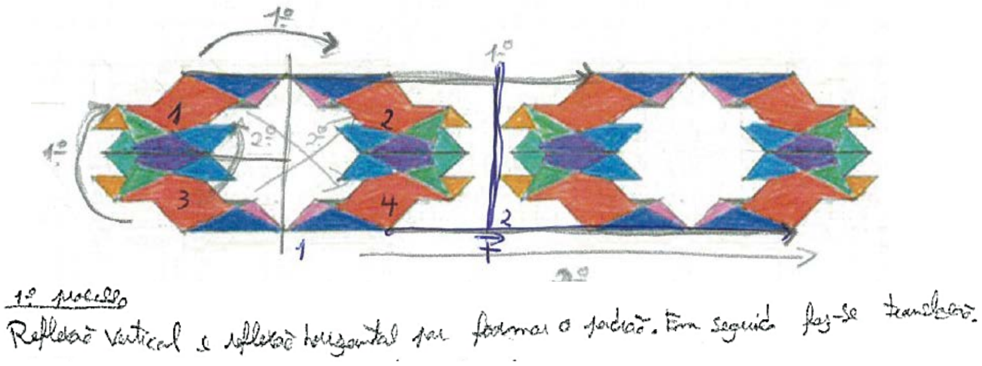


Figura 6. Análise do friso pelo par P5

P/I: “Reflexão vertical e reflexão horizontal”?!

P5: Sim. Temos o módulo … e um eixo de simetria…

P/I: Querem dizer eixo de reflexão, certo? Têm alguma simetria no friso?

P5: Sim, simetria de reflexão.

P/I: Mas não era isso que queriam dizer pois não?

P5: Não, não é assim que dizemos em Educação Visual…!

P/I: Expliquem melhor essas reflexões.

P5: Aqui, a partir de 1, fazemos uma reflexão vertical e obtemos o 2, a partir do 1 e do 2 fazemos uma reflexão horizontal e obtemos o 3 e o 4.

P/I: E como é que obtêm o resto do friso?

P5: Faz-se uma translação segundo o vetor T.

P/I: Se em vez de começar pela reflexão “vertical”, tivessem começado pela “horizontal”, o friso iria ser o mesmo?

P5: Era a mesma coisa … Do 1 ia para o 3. Depois, por reflexão segundo o eixo 1, obtém-se o 2 e o 4. Com o mesmo bloco 1234, podia-se continuar o friso fazendo a reflexão vertical do bloco segundo o eixo 2.

Nota-se que o par começou a ter consciência da diferença de linguagem e de conceitos utilizados em ambas as disciplinas e a conseguir expressar-se com mais correção. Por exemplo, deixou de referir a expressão ‘simétrico da figura’ tentando ser mais rigoroso na terminologia utilizada.

Refira-se, por exemplo, a primeira questão do teste, que consistiu em continuar dois frisos. A resposta no teste final apresenta pormenores na caracterização das isometrias envolvidas e na forma de dar continuidade aos frisos em causa que não se verificaram no teste inicial.

Por exemplo, o Alexandre, no teste inicial, apenas continuou os frisos sem evidenciar características das isometrias envolvidas. No teste final, evidencia para o friso 1, o processo de construção na reflexão deslizante, apresentando a tracejado o transformado que fica oculto (no caso da construção do aluno, o transformado obtido por reflexão segundo um eixo horizontal), e o respetivo vetor associado à translação (Fig. 6). Também para o friso 2 se verifica que o aluno evidencia a reflexão horizontal e a reflexão vertical, traçando os respetivos eixos (Figura 7).

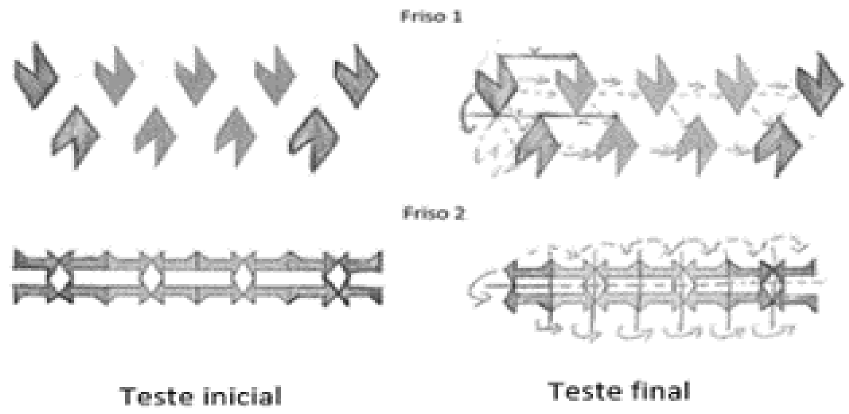


Figura 7. Resolução de Alexandre da questão 1 item 1.1 do teste

Para o Diogo, a melhoria verificou-se no vocabulário utilizado. No teste inicial, o aluno referiu *"através de um eixo horizontal construir a mesma figura mas de cima para baixo", "Como um espelho"* e *"uma translação de sentido de baixo para cima"* corrigindo, no teste final, para " *reflexão da figura inicial"*, " *reflexão de eixo vertical"* e *"translação de vetor v e vetor x",* respetivamente, no teste final (Figura 8).

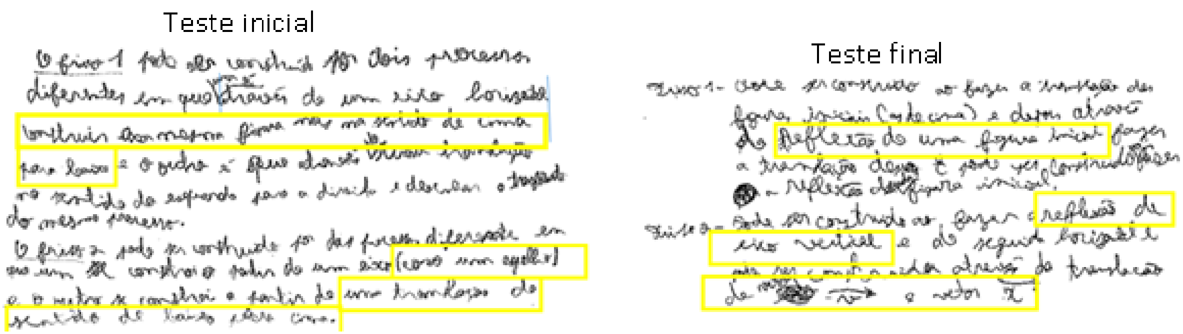


Figura 8**.** Resposta de Diogo à questão 1 item 1.3 do teste

No entanto, relativamente à questão do teste onde se pedia para apresentarem duas maneiras diferentes de construir o friso, o desempenho do par ficou aquém do que seria de esperar. Veja-se, a título de exemplo, na Figura 9, a resposta dada pelo Alexandre. No decorrer das aulas, no que respeita às questões colocadas pela P/I referentes à exploração dos frisos e rosáceas construídos em Educação Visual, o P5 procurava e encontrava sempre diversas possibilidades corretas de resolução, o que não se refletiu nas respostas do teste final.

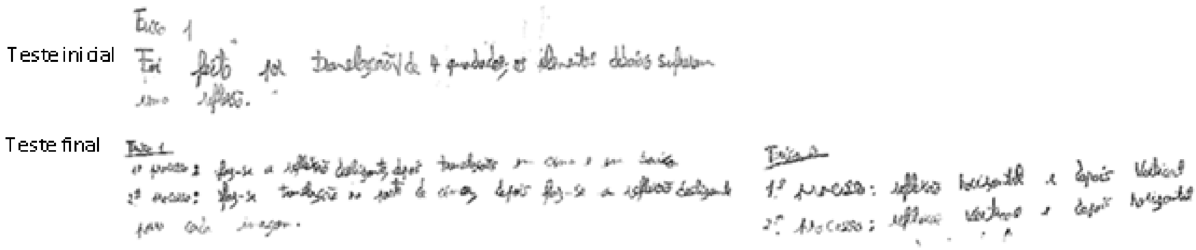


Figura 9. Resposta de Alexandre da questão 1 item 1.3 do teste

Atitude em relação à Geometria e à matemática em geral

No questionário inicial, quer o Alexandre quer o Diogo afirmaram gostar de matemática e, em particular, gostar de geometria. Também discordaram da afirmação "*a Geometria da Matemática é mais difícil do que a de Educação Visual"* e *concordaram* que "*as aulas de Matemática se podem relacionar com as de Educação Visual*" e que *"Educação Visual pode ajudar a entender melhor a Matemática*".

Ao longo da implementação da sequência didática, esse gosto e essa visão foram-se intensificando. Em nenhuma aula os alunos esperaram estaticamente que o professor iniciasse a sessão. O par abria o computador e dava continuidade aos trabalhos em interação mútua com os restantes pares. Prova disso é o interesse e empenho do par na resolução e discussão de todas as propostas de trabalho, em particular as que respeitavam à análise das produções realizadas em Educação Visual. Por exemplo, a propósito da exploração dos frisos e rosáceas construídos no âmbito dessa disciplina, verificou-se sempre muito interesse e curiosidade por parte do P5 na procura de diversas possibilidades de construção, o que foi registado diversas vezes no diário de bordo.

No questionário final, relativamente à abordagem interdisciplinar, quer o Alexandre quer o Diogo referiram ter gostado muito, e que gostariam de repetir a experiência com outros conteúdos de Matemática:

> Alexandre*: "Sim, porque a Matemática e Educação Visual estão mais ligadas do que parece. E também porque a Matemática não é só números"*
>
> Diogo*: " Sim, porque achei a experiência anterior interessante".*

Quanto à utilização do GeoGebra na execução das tarefas, ambos consideraram ser um bom recurso porque lhes permitiu realizar e manipular as construções, e visualizar dinamicamente as simetrias. Por outro lado, podiam experimentar outras possibilidades sem perder muito tempo. Segundo P5, o recurso ao GeoGebra na execução das tarefas para apreender as propriedades das isometrias ajudou na identificação e caracterização de isometrias, bem como na construção geométrica das isometrias, o que mais tarde facilitou a exploração de frisos e rosáceas. Contudo, o par afirmou ter sentido dificuldade na compreensão das tarefas, tendo referido neste ponto, a falta de criatividade para abordá-las. Refira-se aqui o caráter aberto das atividades a que os alunos não estão acostumados, o que levou, por vezes, a que o par não conseguisse perceber o que era pedido.

Principais considerações e conclusões

Pode afirmar-se que o par se apropriou das principais propriedades das isometrias e de aspetos essenciais relacionados com os diversos grupos de frisos, conhecimento esse que o par conseguiu mobilizar, designadamente, na caracterização de produções realizadas em Educação Visual e no teste final. No entanto, verificou-se que nem sempre utilizaram a linguagem matemática mais adequada, muito por influência de Educação Visual, disciplina onde ainda se entendem as isometrias e as simetrias da forma que se usava antigamente em Matemática. Este aspeto merece particular atenção, quer em termos de política educativa quer em termos de formação de professores, numa tentativa de aproximação conceptual. Também no que respeita ao teste final, verificou-se que o par não se empenhou tanto como nas aulas na resolução de tarefas por diversas vias. Provavelmente porque a escola, no geral, satisfaz-se com uma única resolução, principalmente em situações de avaliação de caráter mais formal. Este aspeto merece uma profunda reflexão porque pode comprometer o pensamento divergente e a flexibilidade de raciocínio.

Os dados obtidos indiciam que o recurso a ADGD´s, neste caso o *software* GeoGebra, propicia o envolvimento dos alunos na formalização de conceitos e no estabelecimento de propriedades das isometrias, promove uma melhor comunicação entre o professor e os alunos, permitindo a estes construir o seu próprio conhecimento sobre as isometrias e simetrias. É de salientar o grau de satisfação com que o par explorou os conteúdos geométricos, principalmente quando era obtido, visualmente, o esperado.

Finalmente, é de registar que esta experiência de interdisciplinaridade foi muito apreciada pelos alunos, tendo contribuído para visões mais favoráveis e corretas em relação à própria matemática e à geometria em particular. E, assim, também a Educação Visual sai prestigiada.

Referências

Abrantes, P. (2001). A Gestão Flexível do Currículo: o ponto de vista da Administração. In C. Freitas, M. Vieira, P. Abrantes, J. Aido, C. Gargaté, M. Araújo, C. Barbeitos, M. Domingues & M. Roldão (Coords.). *Gestão Flexível do Currículo: Contributos para uma reflexão crítica* (pp. 24-30). Lisboa: Texto Editora.

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação: Departamento de Educação Básica.

Amaral, M. E. G. O. (2015). *Isometrias: uma abordagem interdisciplinar no 8º ano de escolaridade.* Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal.

Bastos, R. (2007). Transformações geométricas. Notas sobre o Ensino da Geometria*, Educação e Matemática*, *94*, 23-27.

Berger, M. (2012, July). One computer-based mathematical task, different activities. In T.Y. Iso (Ed.) *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 59-66). Taipei, Taiwan: PME.

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Boix Mansilla, V., Miller, W., & Gardner, H. (2000). On disciplinary lenses and interdisciplinary work. In S. Wineburg & P. Grossman (Eds.), *Interdisciplinary curriculum: Challenges of implementation*. New York: Teachers College Press.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e medida no ensino básico.* Lisboa. ME-DGIDC.

Cabrita, I. (2003). As (novas) Tecnologias da Informação e da Comunicação e a Formação de Professores. Anais do III Congresso Internacional sobre Formação de Professores nos Países de Língua e Expressão Portuguesas. Teorias e Práticas Educativas na Formação de Professores. Desafios para o século XXI (pp. 202-205). Praia: ISE.

Cabrita, I., Coelho, A., Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., Gaspar, J., Pinheiro, J., Pinheiro, L., Nunes, M., Sousa, O. e Amaral, P. (2009). *Perspectivas e Vivências Emergentes em Matemática. Aveiro:* Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Coelho, A. (2013). *GeoGebra e iTALC numa abordagem criativa das isometrias*. Tese de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal.

Coutinho, C. (2011). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: Teoria e prática*. Coimbra: Edições Almedina.

Fazenda, I. C. (2011, outubro). Desafios e perspectivas do trabalho interdisciplinar no Ensino Fundamental: contribuições das pesquisas sobre interdisciplinaridade no Brasil: o reconhecimento de um percurso. *Interdisciplinaridade,*1(1),10-23.

Fortes, C. (2009). Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. *Revista acadêmica Senac on-line. 6a ed. setembro-novembro.* Recuperado em 15 de março, 2016, de http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101727.pdf

Freitas, M., & Freitas, C. (2003). *Aprendizagem cooperativa.* Lisboa: Edições ASA.

Gadotti, M. (1999). *Interdisciplinaridade: atitude e método.* Universidade de São Paulo, São Paulo: Instituto Paulo Freire.

Garcia, J. (2012). O futuro das práticas de interdisciplinaridade na escola. *Revista Diálogo Educacional-Curitiba*,12 (35), 211-232.

Gaspar, J. M.P. (2013). *Abordagem criativa das isometrias para a criatividade em matemática*. Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal.

Gontijo, C. (2007). *Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio.* Tese de doutoramento, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Hohenwarter, M. (2013). GeoGebra 4.4–From desktops to tablets. *Revista Indagatio Didactica, 5(1),8-18.*

Japiassu, H. (1976). *Interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: Imago Editora.

Júnior, A. (2002). *Novas tecnologias educacionais no ensino de matemática: estudo de caso-LOGO e Cabri-Géométre*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Klein, J. T. (2010). A taxonomy of interdisciplinarity. In Frodeman R., Klein J.T., and Mitcham C. (Eds). *The Oxford handbook of interdisciplinarity* (pp. 15-30). UK: Oxford University Press, Oxford.

Laborde, C. (2000). *Why technology is indispensable today in the teaching and learning of mathematics?* Recuperado em 15 de março, 2016, de http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.139.8182&rep=rep1&type=pdf

Lavaqui, V., & Batista, I. L. (2007, dezembro). Interdisciplinaridade em ensino de Ciências e de matemática no ensino médio. *Ciência & Educação,* Bauru, 13 (2), 99-420.

Menezes, L., Oliveira, H., & Canavarro, A. (2013). Descrevendo as práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso da professora Fernanda. *Actas del VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática* (pp. 5795-5803). Montevideu, Uruguay: CIBEM.

Morelatti, M. (2001). *Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I. 2001.* Tese de doutoramento, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Morin, E. (2003). *A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento (8a ed., E. Jacobina, Trad.)*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil. (Obra original publicada em 1999).

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.

Neto, T. (2009). *O desenvolvimento do raciocínio dedutivo ao nível do ensino secundário: recurso a geometrias planas.* Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal.

Nunes, C. (2014). *A gestão do currículo no contexto de um grupo de professores de matemática*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Pacheco, J., & Pereira, N.C. (2005). Projeto educativo: da utopia à realidade. Um estudo qualitativo. *Revista Portuguesa de Investigação Educacional, 4*, 39-58.

Palmade, G. (1979), *Interdisciplinaridade e Ideologias*. Madrid: Narcea.

Papert, S. (1997). *A família em rede*. Lisboa: Relógio D'água.

Paviani, J. (2008). *Interdisciplinaridade: conceitos e distinções.* Caxias do Sul: EDUCS.

Pombo, O., Guimarães, H., & Levy,T. (1993). A *interdisciplinaridade: reflexão e experiência*, Lisboa: Editora Texto.

Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003 (pp. 25-39)*. Santarém: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25,105-132.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, G., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do ensino básico.* Lisboa: ME-DGIDC.

Reis, M. B. F. (2009). Interdisciplinaridade na prática pedagógica: Um desafio possível. *Revista de educação, linguagem e literatura da UEG-Inhumas,*1(2), 26-45.

Ribeiro, A. (2005). *Cabri-géomètre e a construção de uma nova cultura matemática: um estudo no âmbito da formação inicial de professores do 1º CEB.* Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal.

Roldão, M. D. C. (2000). O currículo escolar: da uniformidade à contextualização: campos e níveis de decisão curricular. *Revista de Educação*, *IX*(1), 81-92.

Scheibel, M., Silveira, R., Resende, L., & Júnior, G. (2009). Aprendizagem cooperativa: uma opção metodológica para se trabalhar as questões da ciência e da tecnologia nos cursos de formação de professores. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, *2, 75-87*.

Serenato, L. J. (2008). *Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.

Serrano, G. (1994*). Investigación cualitativa. Retos e interrogantes II. Técnicas y análisis de datos*. Madrid: La Muralla.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14.

Sousa, S. (2003). *Tecnologias de Informação – O que são? Para que servem?* 5ª edição, Lisboa: FCA – Editora de Infomática.

Spelt, E., Biemans, H., Tobi, H., Luning, P., & Mulder, M. (2009). Teaching and learning in interdisciplinary higher education: A systematic review. *Educational Psychology Review*, *21*, 365-378.

Thiesen, J. (2008). A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. *Revista brasileira de educação*, *13*, 545-554.

Torres, S. (1998). *Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado*. Porto Alegre: Artmed.

Valente, J. & Almeida, F. (1997). Visão Analítica da Informática no Brasil: a questão da formação do professor. *Revista Brasileira de Informática na Educação* - SBIE, 1(1), 45-60.

Veloso, E. (2012). *Simetria e transformações geométricas*. Lisboa: APM.

Yin, R. (2005). *Estudo de caso. Planeamento e Métodos.* (3a ed., D. Grassi, Trad.). São Paulo: Bookman. (Obra original publicada em 1984)

Zaman, G., & Goschin, Z. (2010). Multidisciplinarity, interdisciplinarity and transdisciplinarity: theoretical approaches and implications for the strategy of post-crisis sustainable development. *Theoretical and Applied Economics*, *12*, 5-20.

Anexo – Questionários e teste

QUESTIONÁRIO INICIAL

Este questionário serve para te conhecer melhor. Responde com a maior sinceridade. Tenta ser coerente e rigoroso(a) nas tuas respostas.

I - Identificação:

Nome: ____Idade: ____ anos

II – Relação com a Matemática

1. Nível obtido a Matemática no 7º ano:

   nível 1 ☐ nível 2 ☐ nível 3 ☐ nível 4 ☐ nível 5 ☐

2. Lê atentamente cada afirmação registada no quadro e, em seguida, coloca um × na opção que consideres mais adequada.

	não tenho opinião	**discordo totalmente**	**não concordo**	**concordo**	**concordo totalmente**
Gosto de Matemática	☐	☐	☐	☐	☐
Gosto de geometria	☐	☐	☐	☐	☐
A geometria não serve para nada	☐	☐	☐	☐	☐
Nas aulas de Matemática sinto-me ansioso(a)	☐	☐	☐	☐	☐

III – Representações da criatividade em Matemática

1. O que significa, para ti, "criatividade"?
2. Consideras-te criativo(a)? Porquê?
3. Haverá disciplinas onde consideras possível ser-se criativo(a)? Em caso afirmativo, indica quais. Podes dar um exemplo de uma situação que o evidencie.
4. Tens, ou tiveste, algum professor que consideres ser criativo? Exemplifica com um episódio ocorrido em sala de aula.
5. De que forma, um professor de Matemática, pode ser criativo?
6. De que forma, um aluno pode ser criativo em Matemática?
7. Lê atentamente cada afirmação registada no quadro que se segue e coloca um × na opção que consideres mais adequada.

	não tenho opinião	discordo totalmente	não concordo	concordo	concordo totalmente
Ser criativo a Matemática é ser sobredotado.					
Ser bom a Matemática é ser criativo.					
Em Matemática não é possível avaliar a criatividade dos alunos.					
A criatividade em Matemática pode ser estimulada nas escolas.					
Sou mais criativo(a) a Matemática quando trabalho com outros colegas.					
A Matemática é só números, não permite a criatividade.					
Não consigo ser criativo(a) a Matemática quando trabalho sozinho(a).					
A Matemática é criativa quando fazemos *desenhos*					
Gostava mais de Matemática se as aulas fossem criativas.					
A Matemática não se pode ser criativo, é aquilo e aquilo mesmo					
Aulas de Matemática criativas estimulam a aprendizagem dos alunos.					
Ser criativo a Matemática é um dom.					
Podemos ser criativos a Matemática porque podemos resolver os problemas de várias maneiras.					
Não é possível ser criativo(a) em Matemática como se é a Educação Visual					

IV – Articulação de conteúdos (Matemática e Educação Visual)

1. Lê atentamente cada afirmação registada no quadro que se segue e coloca um × na opção que consideres mais adequada.

	não tenho opinião	discordo totalmente	não concordo	concordo	concordo totalmente
Nas aulas de Matemática expositivas aprendo melhor.	☐	☐	☐	☐	☐
As aulas de Matemática não se podem relacionar com as de Educação Visual	☐	☐	☐	☐	☐
Não é possível transferir a criatividade em Matemática para as aulas de Educação Visual	☐	☐	☐	☐	☐
Educação Visual pode ajudar-me a entender melhor a Matemática	☐	☐	☐	☐	☐
A Matemática ajuda-me a entender melhor os conceitos de outras disciplinas	☐	☐	☐	☐	☐
A geometria da Matemática é mais difícil do que a de Educação Visual	☐	☐	☐	☐	☐
Uma forma de desenvolver a criatividade em Matemática é estabelecer relações com outras disciplinas, como Educação Visual	☐	☐	☐	☐	☐
Aplicar os conceitos aprendidos em Educação Visual nas aulas de Matemática estimula a imaginação e promove o desenvolvimento de novas ideias	☐	☐	☐	☐	☐

O questionário chegou ao fim.

Obrigada pela tua colaboração!

Teste

Nome : ____ 8ºano turma A

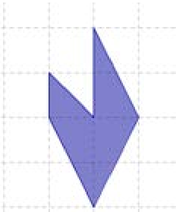
Questão 1. Considera os frisos que se seguem. Para cada um deles:

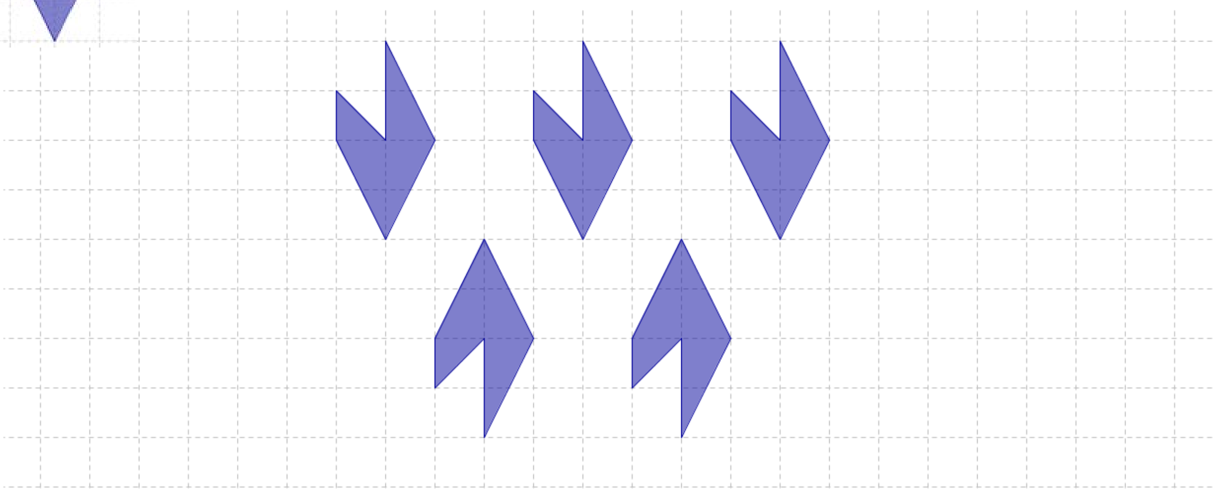
1.1 Desenha mais três elementos base, antes e após os esquemas representados, continuando cada um dos frisos;

1.2 Identifica, e caracteriza, a(s) isometria(s) que permite(m) construir esses frisos;

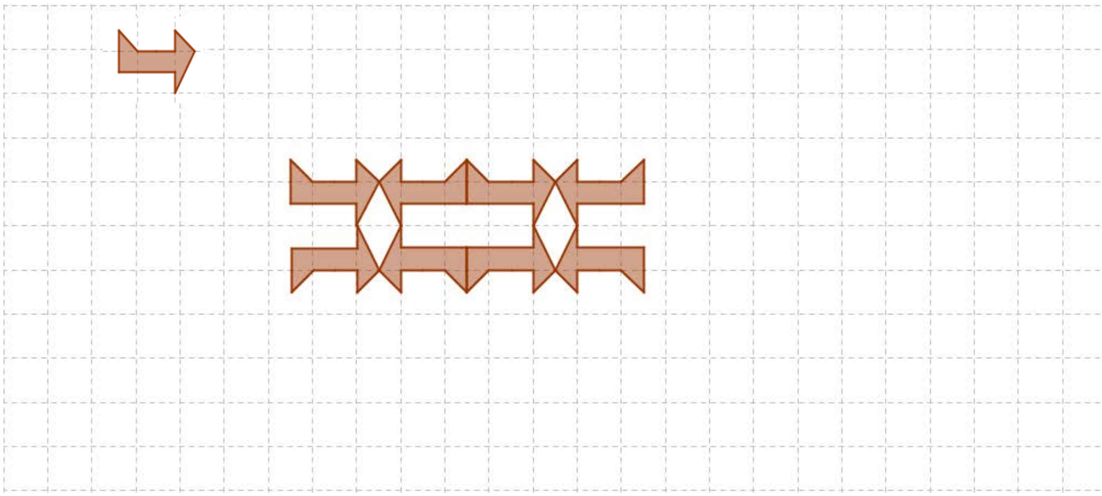
1.3 Apresenta dois processos diferentes que permitam construir cada um dos frisos.

Friso 1 Elemento base

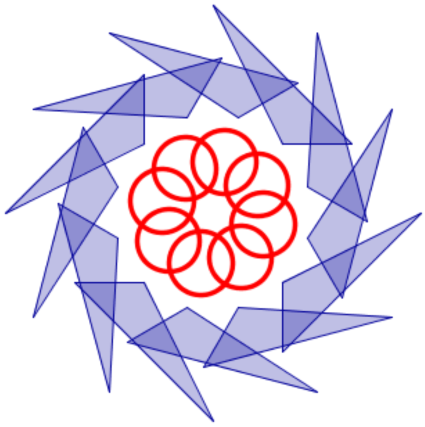




Friso 2 Elemento base



Questão 2 Considera as rosáceas que se seguem



Rosácea 1

Rosácea 2

1.1. Caracteriza as isometrias que permitem construir cada uma das rosáceas;
1.2. Identifica as simetrias presentes em cada rosácea;
1.3. Apresenta dois processos diferentes que permitam construir cada uma das rosáceas.

Questão 3. As quatro figuras seguintes são pavimentações do plano, realizadas por Escher. Para cada figura efetua o estudo das isometrias usadas. Para isso deverás, sempre que possível:

- Identificar o(s) eixo(s) de reflexão,
- Identificar o(s) vetor(es) de translação ,
- Identificar o centro de rotação e a amplitude do ângulo de rotação,

Questão 4 – Neste item deverás proceder à construção de uma figura, utilizando o material de desenho adequado.

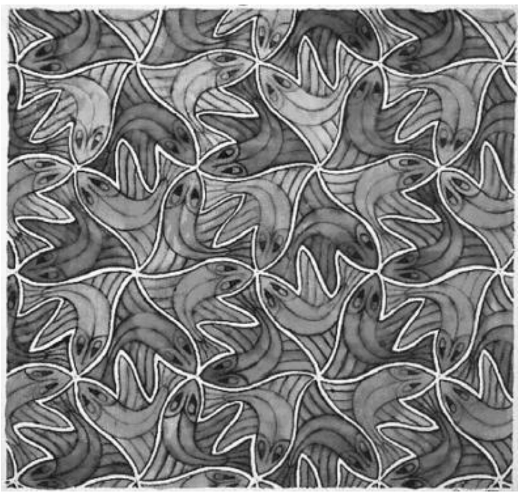


Figura 1 – Os peixes

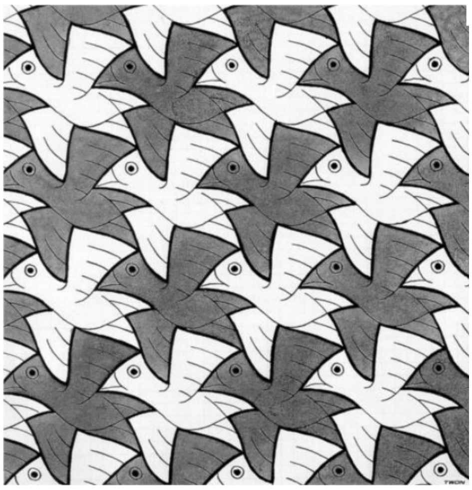


Figura 2 – Os pássaros

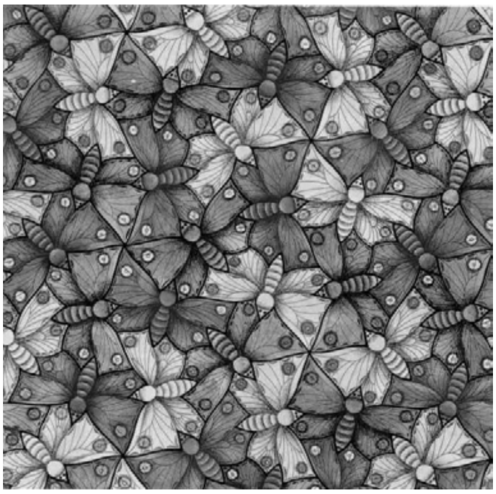


Figura 3 – As borboletas

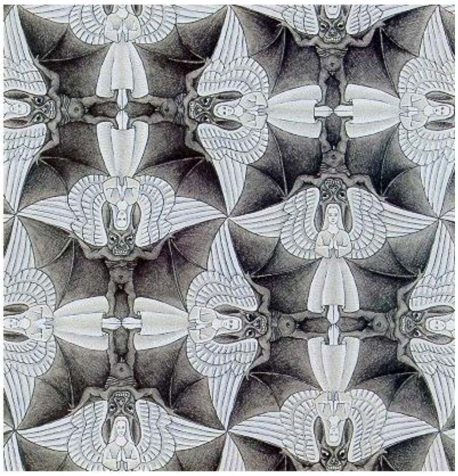


Figura 4 – Anjos e demónios

4.1. A partir dos passos que se seguem, efetua a construção da figura:

Passo 1 – Desenha um quadrado com lado 2 quadrículas;

Passo 2 – Por reflexão, segundo um eixo vertical que contenha um lado do quadrado, obtém o transformado da figura inicial;

Passo 3 – Por reflexão, segundo um eixo horizontal que contenha um lado do quadrado obtém o transformado da figura inicial;

Passo 4 – Completa a tua figura de modo a obteres uma figura final com quatro eixos de simetria;

Passo 5 – Traça os quatros eixos de simetria;

4.2. A partir da figura obtida cria uma composição a gosto, utilizando, pelo menos, duas isometrias diferentes.

FIM

QUESTIONÁRIO FINAL

Este questionário tem como objetivo principal perceber a tua opinião e a forma como percecionaste a abordagem do tópico " Isometrias". Tenta ser coerente e rigoroso(a) nas tuas respostas.

I. Identificação

Nome:

___

___

II. Interdisciplinaridade entre Matemática e Educação Visual

1. Para cada afirmação, seleciona a opção que consideres mais adequada.

A execução das tarefas em Educação Visual…

	Não tenho opinião	Discordo totalmente	Não concordo	Concordo	Concordo totalmente
… ajudou-me a entender melhor as isometrias	☐	☐	☐	☐	☐
… tornou o tema das isometrias mais interessante para mim	☐	☐	☐	☐	☐
… tornou-me mais confiante na execução das tarefas em Matemática	☐	☐	☐	☐	☐

2. Gostarias de repetir a experiência com outros conteúdos de Matemática?

Sim ☐ Não ☐ Porquê?

___

___

___

III. Criatividade em Matemática

1. Tendo por base as tarefas executadas na aula de Matemática, sobre isometrias, responde às questões que se seguem:

1.1. Consideras a Matemática criativa?
Sim ☐ Não ☐ De que forma?

1.2. As tarefas propostas estimularam a tua criatividade em Matemática?
Sim ☐ Não ☐ De que forma?

1.3. Consideras que melhoraste a tua criatividade em Matemática?
Sim ☐ Não ☐ De que forma?

2. Capacidades específicas e transversais

1. Para cada afirmação, seleciona a opção que consideres mais adequada.

A execução das tarefas ajudaram-me a desenvolver competências Matemáticas ao nível de:

	Não tenho opinião	Discordo totalmente	Discordo	Concordo	Concordo totalmente
Caraterização das isometrias	☐	☐	☐	☐	☐
Exploração de rosáceas	☐	☐	☐	☐	☐
Exploração de frisos	☐	☐	☐	☐	☐
Capacidade de comunicar e argumentar	☐	☐	☐	☐	☐
Construção de uma visão mais positiva da Matemática	☐	☐	☐	☐	☐

2. Consideras importante a utilização do GeoGebra na execução das tarefas? Porquê?

3. Qual foi a tua maior dificuldade na execução das tarefas solicitadas na disciplina de Matemática, relativamente às isometrias?

Compreensão das tarefas	☐
Complexidade das tarefas	☐
Pouca criatividade	☐
Falta de domínio do GeoGebra	☐
Pouco tempo disponível para a execução das tarefas	☐

Obrigada pela tua colaboração!